

Übungsaufgaben Elektrodynamik

1. Berechnen Sie den Gradienten für die folgenden Skalarfelder $U(\vec{r})$:

(i) $U = x^2 + y^2 + z^2$

(ii) $U = a \cdot \exp(-b\vec{r}^2)$

(iii) $U = \cos(x - y) + z^2$

(iv) $U = r^m, \quad r = |\vec{r}|$

2. Berechnen Sie die Divergenz folgender Vektorfelder $\vec{v}(\vec{r})$:

(i) $\vec{v} = \vec{r}$

(ii) $\vec{v} = xy\vec{e}_x + z^7\vec{e}_y + a\vec{e}_z$

(iii) $\vec{v} = \vec{r} / |\vec{r}|^3$

(iv) $\vec{v} = \vec{c}(\vec{r} \cdot \vec{c}), \quad \vec{c} = \text{const. Vektor}$

(v) $\vec{v} = \vec{c} \times (\vec{r} \times \vec{c})$

3. Berechnen Sie die Rotation der Vektorfelder

(i) $\vec{v} = -x_2\vec{e}_1 + x_1\vec{e}_2 + a\vec{e}_3$

(ii) $\vec{v} = \frac{-x_2}{x_1^2 + x_2^2}\vec{e}_1 + \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2}\vec{e}_2 + b\vec{e}_3$

(iii) $\vec{v} = \vec{c} \times \vec{r}$

4. Beweisen Sie die Identitäten:

$$\text{div}(\text{rot } \vec{v}) = 0, \quad \text{rot}(\text{grad } U) = 0$$

für alle Vektorfelder $\vec{v}(\vec{r})$ und alle Skalarfelder $U(\vec{r})$.